

СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОЦЕНИВАНИЯ УЧЕБНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ

Холдина Т.В.

Орлов О.В.

Томский политехнический университет
kholdinatv@rambler.ru

Введение

В современной системе образования для оценки качества полученных знаний всю большую популярность приобретает такая форма контроля, как тест. Основное назначение педагогического тестирования – оценивание уровня подготовленности участников тестирования в определенной области знаний. Оценивание результатов тестирования производят на основе классической теории и теории моделирования и параметризации тестов (ТМПТ) [1].

В основе моделей ТМПТ лежит функция успеха, определяющая зависимость вероятности правильного выполнения задания от уровня подготовленности испытуемого и трудности задания. Существуют различные параметрические модели оценивания результатов тестирования. Наиболее распространённые из них – семейство моделей Г. Раша [2].

При помощи моделей параметризации оценивают валидность теста, выявляют адекватность входящих в него заданий. Таким образом, мы не моделируем процесс оценивания результатов для конкретного теста, мы корректируем сам тест для того, чтобы он удовлетворял принятой за его основу модели.

В данной статье рассматриваются дихотомическая модель Раша и биномиальная политомическая модель с целью определения возможности их использования для анализа ответов испытуемых на задания с несколькими категориями ответов.

Дихотомическая модель

В дихотомической модели оценка параметров производится на основе дихотомической матрицы ответов. Значения в ячейках матрицы могут быть: «0» (если задание выполнено неверно) или «1» (если задание выполнено верно).

В основе дихотомической модели Г. Раша лежит функция успеха, имеющая вид

$$P_{ij} = \frac{1}{1 + e^{-(\theta_i - \beta_j)}}, \quad (1)$$

где θ_i – уровень подготовленности i -го испытуемого, β_j – трудность j -го задания [2]. Функция успеха определяет вероятность того, что i -й испытуемый верно ответит на j -е задание. Отметим следующие закономерности. При равенстве параметров θ_i и β_j функция успеха принимает значение равное 0,5. Если $\theta_i - \beta_j > 0$ (что означает, что уровень знаний испытуемого выше уровня трудности данного задания), то $P_{ij} > 0,5$, то

есть более вероятно, что испытуемый выполнит задание верно. Если же $\theta_i - \beta_j < 0$ (что означает, что уровень знаний испытуемого ниже уровня трудности данного задания), то $P_{ij} < 0,5$, то есть более вероятно, что испытуемый выполнит это задание неверно.

Если в функции успеха (1) зафиксировать параметр β_j , то мы получим зависимость от переменного параметра θ_i . График такой зависимости представлен на рисунке 1 и называется характеристической кривой j -го задания.

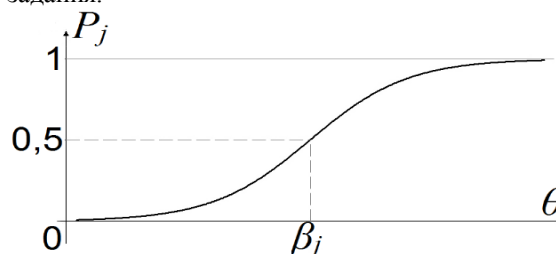


Рис. 1. Характеристическая кривая j -го задания

Биномиальная политомическая модель

Политомические модели применяются в случаях, когда задание имеет несколько категорий, которые может достигнуть испытуемый при его выполнении. Одной из таких моделей является политомическая биномиальная модель [3]. В данной модели предполагается, что все k -е категории разных заданий имеют одинаковую трудность. Для определения функции успеха предлагается использовать биномиальное распределение.

$$P(X_{ij} = k) = C_{l_j}^k p_{ij}^k q_{ij}^{l_j - k}, \quad k = 1, \dots, l_j, \quad (2)$$

$$p_{ij} = \frac{1}{1 + e^{-(\theta_i - \beta_j)}},$$

$$q_{ij} = \frac{1}{1 + e^{\theta_i - \beta_j}},$$

где θ_i – уровень подготовленности i -го испытуемого, β_j – трудность j -го задания, l_j – количество категорий в j -м задании, X_{ij} – элемент в матрице ответов, значение которого равно достигнутой категории i -м испытуемым в j -м задании.

Сравнение моделей

Для проведения исследования используем матрицу ответов испытуемых на задания с несколькими категориями ответов (при этом задания имеют разное количество категорий).

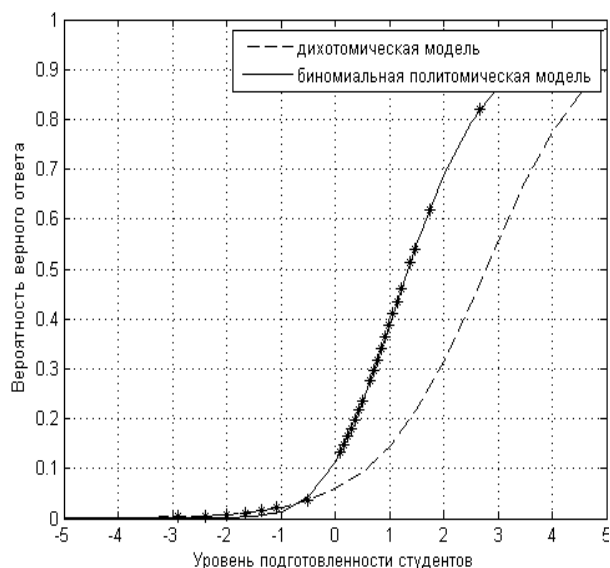


Рис. 2. Характеристические кривые первого задания

На рисунке 2 изображены характеристические кривые построенные по рассматриваемым моделям для первого задания теста, где звездочками отмечены данные испытуемых. По дихотомической модели уровень подготовленности студентов оказался меньше, чем по биномиальной полиномической, а трудность заданий выше. Таким образом, по дихотомической модели вероятность верного ответа на первое задание у всех испытуемых меньше 1%, а по биномиальной полиномической больше 1%.

Значительный контраст между данными, рассчитанными по рассматриваемым моделям, говорит о возможности применения для анализа матрицы ответов только одной из них.

Соответствие исходных данных рассматриваемой модели определяем по критерию Пирсона [4]. Для проверки адекватности использования биномиальной полиномической модели производится определение экспериментальных вероятностей и значение функции успеха по формуле (2). По полученным значениям вероятностей вычисляется статистика хи-квадрат.

Значение статистики для каждого задания оказалось меньше критического значения статистики (определяемого для уровня значимости 0,05), что говорит о соответствии рассматриваемых данных биномиальной полиномической модели (по критерию Пирсона).

Чтобы проверить адекватность использования дихотомической модели для полиномических данных, на их основе строится дихотомическая матрица ответов по следующему принципу. Если $X_{ij} = l_j$, то $Y_{ij} = 1$, иначе $Y_{ij} = 0$, где X_{ij} – полиномическая матрица, Y_{ij} – дихотомическая матрица. То есть задание считается выполненным, если испытуемый достиг максимальной категории этого задания.

На основе полученной матрицы производится расчёт функции успеха по дихотомической модели (1), а также расчёт статистики хи-квадрат.

Значения статистики для всех заданий по дихотомической модели превысили критические отметки. Что говорит о невозможности использования дихотомической модели для оценивания уровня подготовленности испытуемых и трудности задания по полиномическим данным с целью упрощения расчётов (согласно критерию Пирсона).

Заключение

Исследование адекватности применения дихотомической модели Раша и биномиальной полиномической модели показало невозможность использования дихотомической модели для анализа ответов испытуемых на задания с несколькими категориями. Таким образом, если мы примем за основу теста дихотомическую модель, это значительно сузит варианты заданий, которые могут в него входить.

При этом биномиальная полиномическая модель может быть не только применима для заданий с несколькими категориями ответов, она также не исключает наличия в тесте дихотомических заданий. Что становится очевидным, если заметить, что при $k = 1$ в формуле (2) мы получим формулу (1). Следовательно для оценки результатов тестирования целесообразно использовать биномиальную полиномическую модель.

Список использованных источников

1. Елисеев И. Н. Математические модели и комплексы программ для автоматизированной оценки результатов обучения с использованием латентных переменных: автореф. дис. на соиск. учен. степ. д-ра. тех. наук (14.02.14) / Елисеев Иван Николаевич; ЮРГТУ. – Новочеркасск, 2014. – 33 с.
2. Rasch G. Probabilistic models for some intelligence and attainment tests / G. Rasch. – Chicago: The University of Chicago Press, 1980.
3. Братищенко В. В. Полиномическая биномиальная модель оценок // Сборник трудов 73-й ежегодной научной конференции профессорско-преподавательского состава и докторантов в рамках Дней науки – 2014, посвященных зимней Олимпиаде 2014г. – Иркутск, Изд-во БГУЭП, 2014 – С. 93 – 101
4. Маслак А. А., Поздняков С. А. Системы обработки информации: учебное пособие. – Славянск-на-Кубани: Филиал Кубанского гос. Ун-та а г. Славянске-на-Кубани, 2014 – 122 с.